R A N - 1 8 0 8 0 6 0 2 0 1 0 4 0 0 0 1

RAN-1808060201040001

M.Com. (Sem. I) Examination November - 2023

Advanced Statistics (Paper-I)

Time: 2 Hours] **[Total Marks: 50**

સૂચના : / Instructions

(1) **નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.**
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:

☛ **M.com. (Sem. I)**

Name of the Subject :

☛ **Advanced Statistics (Paper I)**

Subject Code No.: **1808060201040001**

Seat No.:

Student's Signature

પ્ર. 1. **નીચેના પ્રશ્નના જવાબ આપો.** **(10)**

1) પર્યાપ્ત આગણકની વ્યાખ્યા આપો.

2) જો x_1 અને x_2 બે સ્વતંત્ર લઘુ પ્રમાણ્ય ચલો હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{x_1}{x_2}$ એ પણ લઘુ પ્રમાણ્ય ચલ છે.

3) જો $f(x_i, \theta) = \frac{1}{\theta}$ જ્યાં, $0 \le x \le \theta$ છે. તો θ નો આગણક પ્રઘાતની રીતથી મેળવો

4) જો $x \sim b\,(n, p)$ માટે q નો અનભિનત આગણક શોધો.

5) એક પેકેટમાં 40 સ્ક્રુ છે, જેમાં 5 સ્ક્રુ ખામીવાળા છે. જો પેકેટમાંથી 10 સ્ક્રુ યદચ્છ રીતે લેવામાં આવે તો, મધ્યક અને વિચરણની કિંમત જણાવો.

પ્ર. 2. અ) જો θ પ્રાચલવાળા પોયસન સમષ્ટિમાંથી n કદનો યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યા છે. આ કિંમતો પર આધારિત θ માટે અધિકતમ વિસંભાવના આગણક શોધો. **(6)**

બ) $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ એ સમષ્ટિ વિચરણ σ^2 નો અનભિનત આગણક છે, એમ બતાવો તેમજ પ્રઘાત આગણકોના ગુણધર્મો જણાવો. **(7)**

અથવા

પ્ર. 2. અ) પ્રમાણ્ય સમષ્ટિ $N(\mu, \sigma=2)$ માંથી 9 કિંમતોનો એક યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે, જેનો મધ્યક 50 છે. સમષ્ટિ પ્રાચલ μ ની 95% વિશ્વસનીય સીમાઓ શોધો. **(7)**

બ) મધ્યક μ અને વિચરણ σ^2 વાળી પ્રમાણ્ય સમષ્ટિમાં નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ નિદર્શ મધ્યસ્થ M કરતા વધુ દક્ષ છે, એમ બતાવો અને મધ્યકને સાપેક્ષ મધ્યસ્થની દક્ષતા શોધો. **(6)**

પ્ર. 3. અ) લાપ્લાસ વિતરણનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય $\frac{e^{t\theta}}{1-t^2\lambda^2}$ થાય છે એમ બતાવો. **(6)**

બ) ઋણ દ્વિપદી વિતરણનું પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી, તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. **(7)**

અથવા

પ્ર. 3. અ) કોશી વિતરણનું લાક્ષણિક વિધેય મેળવો. **(6)**

બ) લઘુ ગુણકીય (લઘુ પ્રમાણ્ય) મધ્યક મેળવો. **(7)**

પ્ર. 4. અ) જો T એ θ નો અનભિનત આગણક હોય તો, T^2 એ θ^2 નો ભિનત આગણક છે, પરંતુ T એ θ નો સુસંગત આગણક હોય તો, T^2 પણ θ^2 નો સુસંગત આગણક છે એમ બતાવો. **(6)**

બ) દ્વિપદી વિતરણ પરથી અતિ ગુણોત્તર વિતરણનું સંભાવના વિધેય મેળવો. અતિ ગુણોત્તર વિતરણનો મધ્યક પણ મેળવો. **(8)**

અથવા

પ્ર. 4. અ) જો વિધેય, $f(x_i, \theta) = (\theta+1)x^{\theta}$ જ્યાં $0 \leq x \leq 1 = 0$ અન્યત્ર તો θ ના આગણકની કિંમત પ્રઘાતની રીતે મેળવો. **(6)**

અથવા

બ) જો $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots x_i \ldots\ldots x_n$ એ લઘુગુણકીય વિતરણ $\wedge(\mu, \sigma^2)$ માંથી લીધેલો n કદનો યદચ્છ નિદર્શનો ગુણોત્તર મધ્યક $\bar{x}_G = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{1/n}$ નું વિતરણ $\wedge(\mu, \sigma^2)$ નું વિતરણ છે એમ બતાવો. **(8)**

ENGLISH VERSION

Q. 1. **Answer the following questions:** **(10)**

1. State the definition of sufficient estimator.
2. If two independent log-normal variable x_1 and x_2 than prove that $\frac{x_1}{x_2}$ is also log-normal variable.
3. If $f(x_i, \theta) = \frac{1}{\theta}$, $0 \le x \le \theta$, find estimator of θ by using moment method.
4. If $x \sim b\,(n, p)$ than find unbiased estimator of q.
5. There are 40 Screws, 5 Screws are defective if 10 Screws are taken at random from it. fine mean and variance of the distribution.

Q. 2. a. If Sample size n taken from Poisson population with parameter θ find maximum likely hood estimator of θ. **(6)**

b. Prove that, $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ is an unbiased estimator of population variance σ^2. Also state the Characteristics of moment estimators. **(7)**

OR

Q. 2. a. In a normal population N(μ, σ =2) taken random of size 9. its mean is 50 than find 95% confidence limit for population mean μ **(7)**

b. Show that sample mean $\bar{x}$ is a more efficient than that sample median M for a normal population mean μ and variance σ^2 and also find efficiency respect to mean of median. **(6)**

Q. 3. a. Show that, the moment generating function at Laplace distribution is $\frac{e^{t\theta}}{1 - t^2\lambda^2}$ **(6)**

b. Find moment generating function of negative binomial and also get mean and variance on that. **(7)**

OR

Q. 3. a. Define character is function of caushy distribution. **(6)**

b. Find mean of log-normal distribution. **(7)**

Q. 4. a. If T is in unbiased estimator of θ. so T^2 is an biased estimator of θ^2. but T is a consistant estimator of θ than show that T^2 is also consistant estimator of θ^2 **(6)**

b. Find Probability function of hyper Geometric distribution from that binomial distribution. Also obtain the mean of hypergeometric distribution **(8)**

OR

Q. 4. a. If function $f(x_i, \theta) = (\theta + 1)x^{\theta}, 0 \leq x \leq 1, \ \theta > 0$ than find estimator of θ by using moments method. **(6)**

b. If $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ x_{i} \ldots\ldots\ x_n$ is a random sample of the distribution $\wedge(\mu, \sigma^2)$ than show that geometric mean of sample $\bar{x}_G = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i \right)^{1/n}$ of distribution $\wedge(\mu, \sigma^2)$ **(8)**
